COLEGIO SANTA MARÍA DE LA FLORIDA
DPTO. MATEMÁTICA
Guía Nº7: Raíces
Profesora: Cecilia Gacitúa Molina

Nombre: ___________________________________ Curso:4º ____ Fecha: ___________

En esta guía reforzaremos Raíces, este contenido entrará en la prueba Transitoria.

RAÍCES CUADRADAS Y CÚBICAS

La expresión $\sqrt{a}$ con a perteneciente a los Reales positivos con el cero, se denomina **raíz cuadrada de a**, mientras que la expresión $\sqrt[3]{a}$ con a perteneciente a los reales se denomina **raíz cúbica de a.**

$$\sqrt{a} = b \rightarrow a = b^2 \qquad\qquad \sqrt[3]{a} = b \rightarrow a = b^3$$

Donde a se denomina **cantidad subradical,** el índice de la raíz cuadrada es 2 y de la raíz cúbica es 3.

Ejemplos:

1) $\sqrt{81} = 9 \rightarrow 81 = 9^2$

2) $\sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow 2^3 = 8$

Para resolver **adiciones y sustracciones,** que involucren raíces cuadradas y/o cúbicas, puedes aplicar un procedimiento similar a la reducción de términos semejantes. Para esto, puedes agrupar aquellas raíces que tengan el mismo índice y la misma cantidad subradical.

Ejemplos:

1) $\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = -5\sqrt{2}$

2) $4\sqrt{5} + 8\sqrt[3]{6} + 7\sqrt{5} - 5\sqrt[3]{6} =$
$4\sqrt{5} + 7\sqrt{5} + 8\sqrt[3]{6} - 5\sqrt[3]{6} =$
$11\sqrt{5} + 3\sqrt[3]{6}$

Para resolver multiplicaciones y divisiones que involucren raíces cuadradas y/o cúbicas, se multiplican o dividen las cantidades subradicales de las raíces que tengan igual índice.

1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$

Ejemplo:

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$

2) $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b}$

Ejemplo:

$\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{64} = 4$

3) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ $\qquad b \neq 0$

Ejemplo:

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

4) $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ $\qquad b \neq 0$

Ejemplo:

$$\frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{250}{2}} = \sqrt[3]{125} = 5$$

RACIONALIZACIÓN

Racionalizar una fracción consiste en amplificarla de tal modo que el denominador ya no contenga raíces. Es posible identificar algunos casos de racionalización.

Caso 1

Para $\frac{a}{b\sqrt{c}}$, se amplifica por $\sqrt{c}$

Ejemplo: Racionaliza

El factor de racionalización es $\sqrt{5}$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5 \cdot 5}} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Caso 2

Para $\frac{a}{b\sqrt[3]{c}}$ se amplifica por $\sqrt[3]{c^2}$ (c está elevada al índice menos el exponente)

Ejemplo: Racionaliza

El factor de racionalización es $\sqrt[3]{6^{3-1}}$, es decir $\sqrt[3]{6^2}$

$$\frac{3}{2\sqrt[3]{6}} = \frac{3}{2\sqrt[3]{6}} \cdot \frac{\sqrt[3]{6^2}}{\sqrt[3]{6^2}} = \frac{3\sqrt[3]{36}}{2\sqrt[3]{6^3}} = \frac{3\sqrt[3]{36}}{2 \cdot 6} = \frac{3\sqrt[3]{36}}{12} = \frac{\sqrt[3]{36}}{4}$$

Caso 3

Para $\frac{a}{b\sqrt{c} \pm d\sqrt{e}}$, se amplifica por $b\sqrt{c} \mp d\sqrt{e}$

Ejemplos: Racionaliza

a) $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

El factor de racionalización es $\sqrt{5}-\sqrt{3}$

$$\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{5-3}=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2}=(\sqrt{5}-\sqrt{3})$$

b) $\frac{\sqrt{2}-5\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}$

El factor de racionalización es $2\sqrt{2}-\sqrt{5}$

$$\frac{\sqrt{2}-5\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}-5\sqrt{5}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}}\cdot\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{5}}{2\sqrt{2}-\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{2}-5\sqrt{5})(2\sqrt{2}-\sqrt{5})}{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{5})^2}=\frac{(\sqrt{2}-5\sqrt{5})(2\sqrt{2}-\sqrt{5})}{8-5}=\frac{(\sqrt{2}-5\sqrt{5})(2\sqrt{2}-\sqrt{5})}{3}$$

Descomposición de Raíces

Ejemplo: Descompone las siguientes raíces inexactas

1) $\sqrt{50}=\sqrt{25\cdot 2}=5\sqrt{2}$

2) $\sqrt[3]{24}=\sqrt[3]{8\cdot 3}=2\sqrt[3]{3}$

3) $2\sqrt{12}-4\sqrt{48}=2\sqrt{4\cdot 3}-4\sqrt{16\cdot 3}=2\cdot 2\sqrt{3}-4\cdot 4\sqrt{3}=4\sqrt{3}-16\sqrt{3}=-12\sqrt{3}$

Ejercicios

1) Racionaliza las siguientes expresiones

a) $\frac{1}{\sqrt{8}}$
b) $\frac{5}{3\sqrt{5}}$
c) $\frac{4}{\sqrt[3]{2}}$
d) $\frac{6}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$
e) $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

2) Simplifica las siguientes expresiones

a) $5\sqrt{2}+10\sqrt{2}$

b) $5\sqrt[3]{24}-\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{125}$

3) Resuelve las siguiente operaciones

a) $\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{5}$

b) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$

c) $\sqrt[3]{20}\div\sqrt[3]{4}$

d) $(\sqrt{8}-\sqrt{2})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$