COLEGIO SANTA MARIA DE LA FLORIDA
DPTO. MATEMÁTICA
Guía 3: Conjunto números Irracionales  Nivel: 1° medio
Profesor: Bastian Alcaino Silva

Nombre: ______________________________________ Curso: _____ Fecha: ___________

**Conjunto de los números Irracionales ($\mathbb{I}$ o $\mathbb{Q}^*$ )**

En la última guía se trabajó con los números racionales, que eran todos aquellos números decimales que podían escribirse con una fracción, por lo tanto los **Irracionales** son todos aquellos números decimales que NO pueden expresarse como una fracción y tienen infinitos decimales no periódicos.

El conjunto de los números Irracionales completamente aislado del conjunto de los Racionales, es decir, un número puede ser Racional o Irracional, pero no ambos a la vez. Estos dos grandes conjuntos, serán los que abarcan todo el conjunto de los Números Reales, el cual abarca los conjuntos racionales e irracionales.

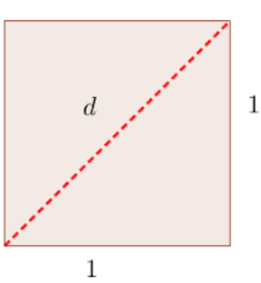

**¿Qué números pueden ser los Irracionales?**

Los números irracionales son todos aquellos decimales con infinitas cifras que no pueden expresarse como fracción. Como por ejemplo el número Pi:

$\pi = 3,141592653589 \ldots$

Este número tiene infinitas cifras y no se puede expresar como una fracción.

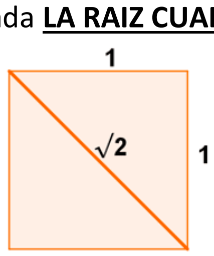
También encontraremos un número Irracional en la **diagonal de un cuadrado de lado 1x1 cm,** descubramos el número irracional que este cuadrado esconde:




Para calcular la diagonal de un cuadrado usamos el Teorema de Pitágoras ($a^2 + b^2 = c^2$)

$1^2 + 1^2 = d^2$
$1 + 1 = d^2$
$2 = d^2$

Vemos que la diagonal del cuadrado elevado a 2 equivale a 2 cm, pero ¿Qué número elevado a 2, resulta en 2? Para resolver esto utilizaremos una nueva función matemática, llamada **LA RAIZ CUADRADA DE UN NÚMERO**




Despejando el $d^2$ nos queda:
$d^2 = 2$
$d = \sqrt{2}$
$\sqrt{2} = 1,414213562 \ldots$

## LA RAIZ CUADRADA DE UN NÚMERO:

La raíz es un número que multiplicado *n* veces por sí mismo, no da el valor indicado dentro de la raíz, denominado **radicando.**

Índice ← $\sqrt[n]{a} = b$

Radicando Raíz

El **índice** de la raíz nos indica cuantas veces debe multiplicarse un número por sí mismo para que resulte el radicando, por ejemplo:

**Raíz cuadrada**

$\sqrt{25} = 5$

**Índice: 2**
**Radicando: 25**
**Raíz: 5**
**5 x 5 = 25 2 veces**

**Raíz cubica**

$\sqrt[3]{8} = 2$

**Índice: 3**
**Radicando: 8**
**Raíz: 2**
**2x2x2 = 8 3 veces**

# Ejercicios:

**Responda las siguientes preguntas respecto a los conjuntos numéricos, justificando su respuesta:**

1. **¿Un número racional puede ser Irracional?**

2. **¿Todo número racional es también un Natural?**

3. **¿Si un numero pertenece a $\mathbb{Z}$, entonces también pertenece a $\mathbb{Q}$?**

4. **¿La suma de dos Racionales, puede dar un numero Irracional?**

En los siguientes ejercicios veremos que existen raíces que dan un valor exacto, es decir, un número racional, así como también existen raíces que dan un valor Irracional.

5. Utilizando calculadora complete la siguiente tabla indicando que tipo de decimales son (finitos, infinito periódico, infinito semi-periódico, infinito no periódico?

| Número | Resultado | Clasificación |
|---|---|---|
| $\sqrt{2,25}$ | | |
| $\sqrt{26,01}$ | | |
| $\sqrt{7,8}$ | | |
| $\sqrt{3226,24}$ | | |
| $\sqrt{16,0004}$ | | |
| $\sqrt{104,04}$ | | |
| $\sqrt{9,82}$ | | |
| $\sqrt{36,952}$ | | |
| $\sqrt{0,16}$ | | |

6. ¿Cuántos números son decimales finitos?

7. ¿Cuántos números son decimales infinitos periódicos?

8. ¿Cuántos números son decimales infinitos no periódicos?

9. ¿Cuáles números pertenecen al conjunto de los números Irracionales? ¿Por qué?

## <u>Aproximación de un numero irracional</u>

Debido a la falta de estimación de un número irracional, estos no se pueden ubicar fácilmente en la recta numérica, por lo que seguiremos la siguiente norma para aproximarlos:

Buscamos dos enteros con raíces exactas que estén cerca del número irracional

$$\_\_ < \sqrt{2} < \_\_$$
$$\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$$
$$1 < \sqrt{2} < 2$$

Con esto diremos que la raíz de 2 es mayor que 1, pero menor que 2

10. Decide entre que números enteros se encuentran los siguientes números irracionales

| |
|---|
| $\_\_\_ < \sqrt{8} < \_\_\_$ |
| $\_\_\_ < \sqrt{21} < \_\_\_$ |
| $\_\_\_ < \sqrt{35} < \_\_\_$ |
| $\_\_\_ < \sqrt{28} < \_\_\_$ |
| $\_\_\_ < \sqrt{75} < \_\_\_$ |
| $\_\_\_ < \sqrt{42} < \_\_\_$ |
| $\_\_\_ < \sqrt{56} < \_\_\_$ |
| $\_\_\_ < \sqrt{149} < \_\_\_$ |

**Ejemplos de raíces exactas:**

- $\sqrt{1} = 1$
- $\sqrt{4} = 2$
- $\sqrt{9} = 3$
- $\sqrt{16} = 4$
- $\sqrt{25} = 5$
- $\sqrt{36} = 6$
- $\sqrt{49} = 7$
- $\sqrt{64} = 8$
- $\sqrt{81} = 9$
- $\sqrt{100} = 10$
- $\sqrt{121} = 11$
- $\sqrt{144} = 12$
- $\sqrt{169} = 13$
- $\sqrt{196} = 14$
- $\sqrt{225} = 15$